

## Лекция 21

---

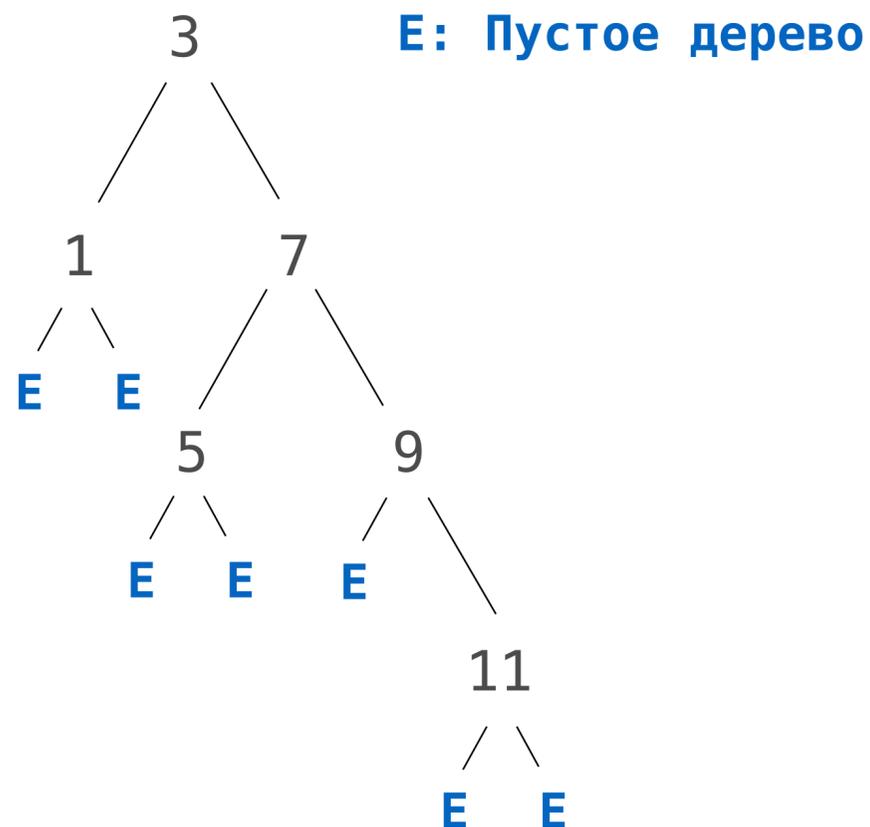
# Двоичные деревья

# Класс Binary Tree

Двоичное дерево – это дерево, у которого есть левая и правая ветвь.

**Идея:** Заполнять отсутствующие ветви пустыми деревьями.

**Идея 2:** Экземпляр BinaryTree всегда будет иметь в точности две ветви.



```
class BinaryTree(Tree):  
    empty = Tree(None)
```

```
def __init__(self, label, left=empty, right=empty):  
    Tree.__init__(self, label, [left, right])
```

```
@property  
def left(self):  
    return self.branches[0]
```

```
@property  
def right(self):  
    return self.branches[1]
```

```
Bin = BinaryTree  
t = Bin(3, Bin(1),  
        Bin(7, Bin(5),  
            Bin(9, Bin.empty,  
                Bin(11))))
```

# Двоичные деревья поиска

## Двоичный поиск

---

Стратегия поиска значения в упорядоченном списке: проверка среднего значения и выбор первой или второй половины для дальнейшего поиска

20 в [1, 2, 4, 8, 16, 32, 64]



[1, 2, 4, 8, 16, 32, 64]



[1, 2, 4, 8, 16, 32, 64]



False

4 в [1, 2, 4, 8, 16, 32]



[1, 2, 4, 8, 16, 32]



[1, 2, 4, 8, 16, 32]



True

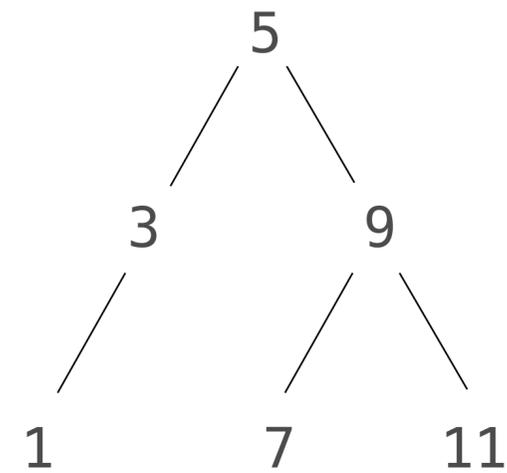
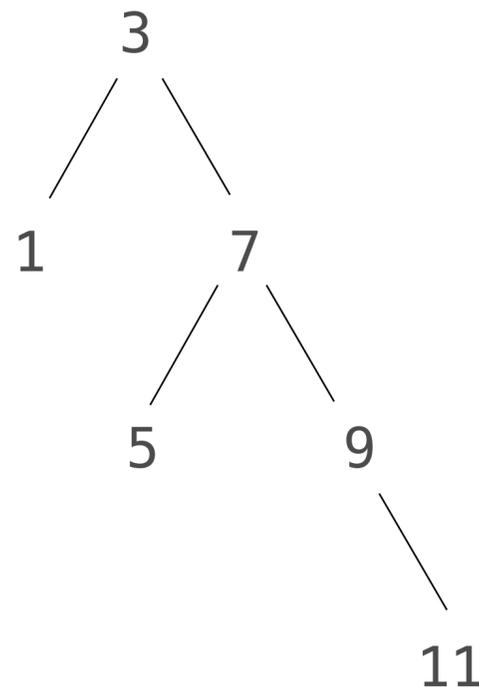
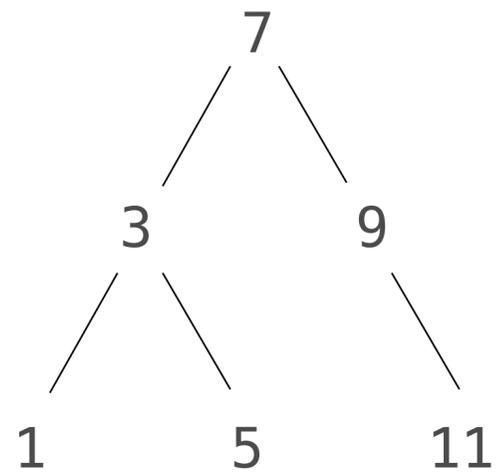
Для упорядоченного списка длины  $n$ , каков будет временной порядок роста?  $\Theta(\log n)$

# Двоичные деревья поиска

---

Двоичное дерево поиска – двоичное дерево, в котором значение узла:

- Больше всех узловых значений левой ветви
- Менее всех значений правой ветви



(Пример)

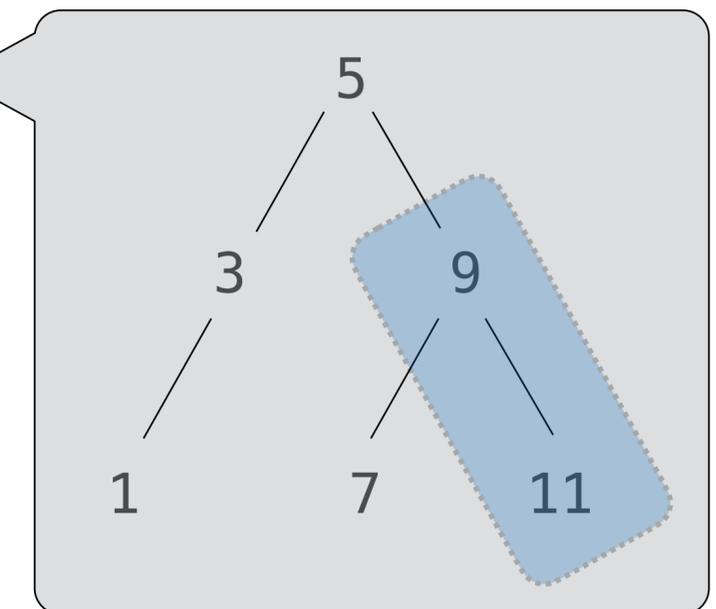
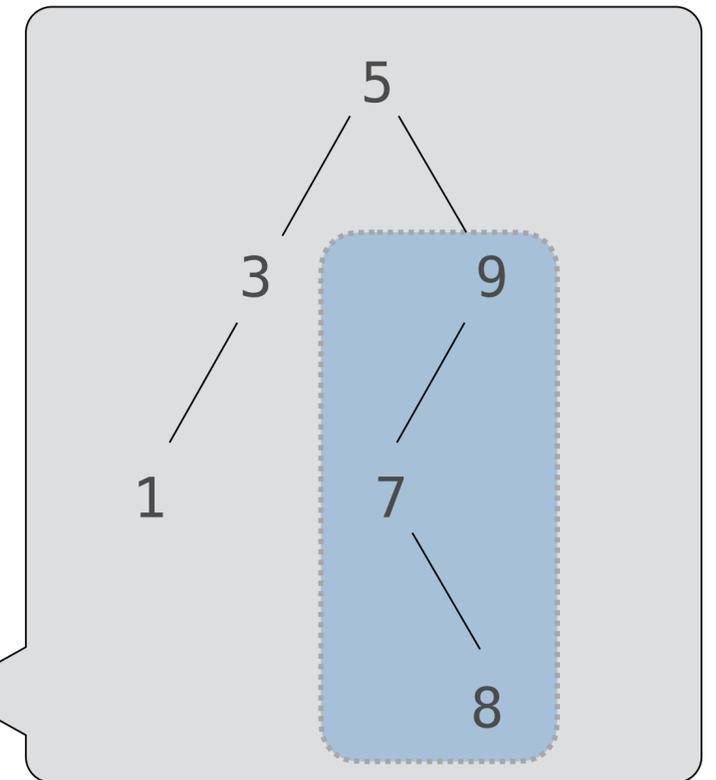
# Вопрос

Каков наибольший элемент в BST?

```
def largest(t):  
    if t.right is BTree.empty :  
        return t.label  
    else:  
        return largest(t.right)
```

Какой элемент в BST второй по величине?

```
def second(t):  
    if t.is_leaf():  
        return None  
    elif t.right is BTree.empty :  
        return largest(t.left)  
    elif t.right.is_leaf() :  
        return t.label  
    return second(t.right)
```



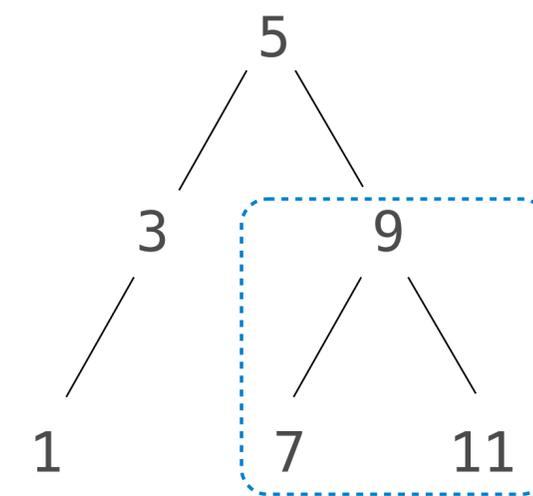
# Множества на двоичных деревьях поиска

# Поиск в двоичном дереве поиска

`contains` обходит дерево

- Если искомое значение  $v$  не узловое значение, то оно должно быть либо в правой, либо в левой ветви.
- Выбор одну ветви приводит к сокращению пространства поиска на размер второй ветви каждый рекурсивный вызов.

```
def contains(s, v):  
    if s is BTree.empty:  
        return False  
    elif s.label == v:  
        return True  
    elif s.label < v:  
        return set_contains(s.right, v)  
    elif s.label > v:  
        return set_contains(s.left, v)
```



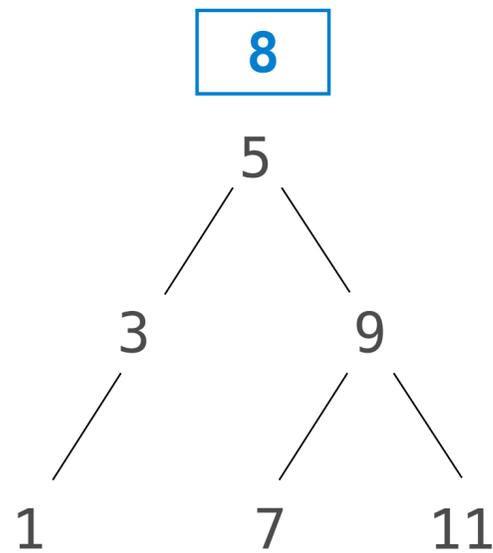
Если 9 входит в множество, надо искать в этой ветви

Порядок роста?

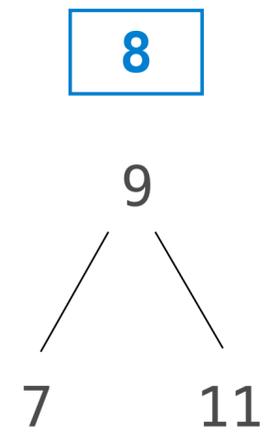
$\Theta(h)$  в среднем

$\Theta(\log n)$  в среднем, в сбалансированном дереве

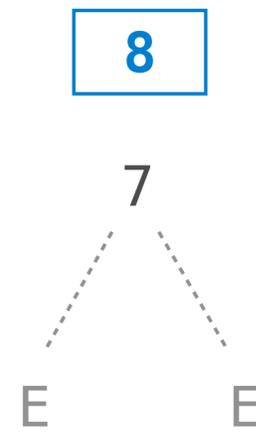
# Добавление элемента в множество (BST)



*Right!*



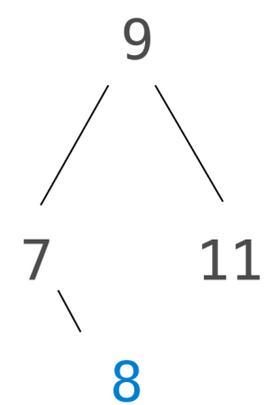
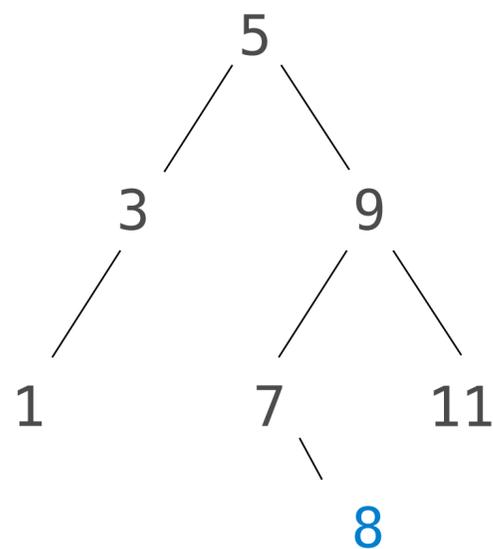
*Left!*



*Right!*



*Stop!*



(Demo)



8