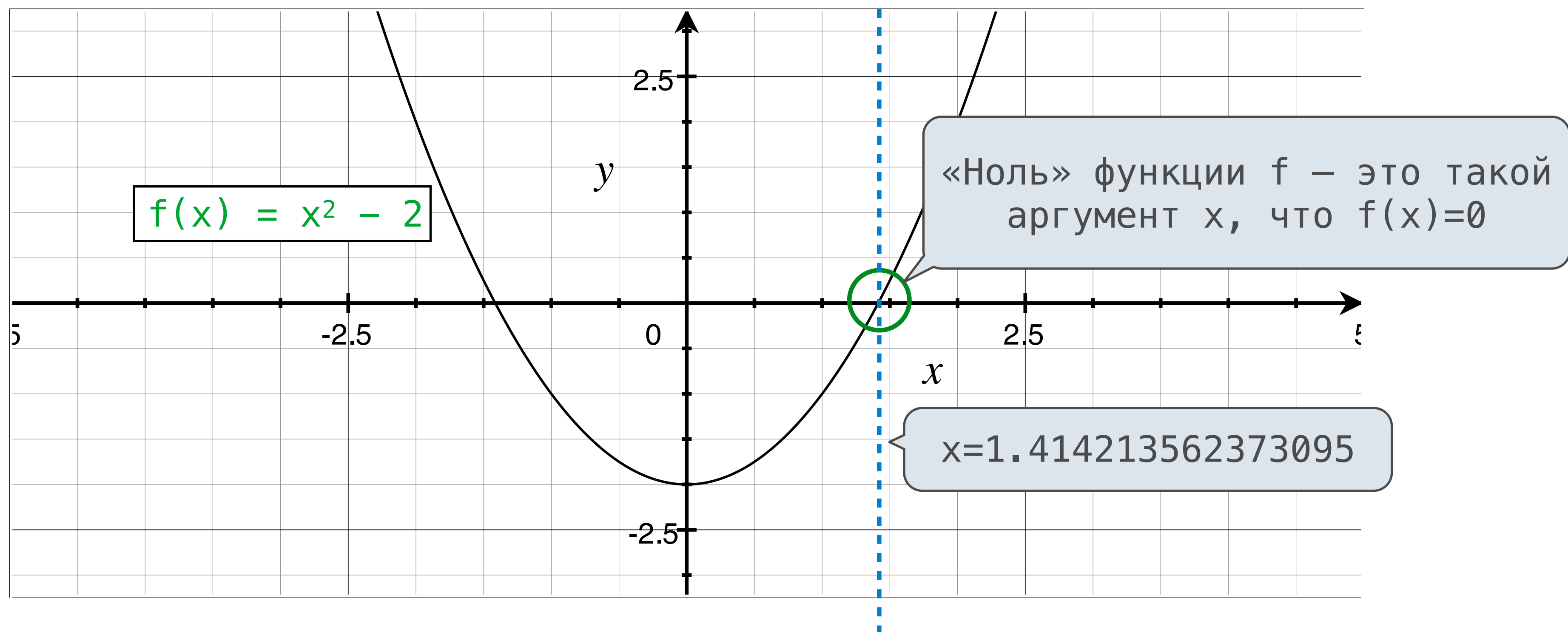


Дополнительная лекция 1

Метод Ньютона

Основы метода Ньютона

Быстро находит точные аппроксимации нулей дифференцируемой функции!



Применение: метод для вычисления квадратных корней, кубических корней и т.д.

Положительным нулём $f(x) = x^2 - a$ является \sqrt{a} . (Решается уравнение $x^2 = a$).

Метод Ньютона

Дана функция f и начальное приближение x ,

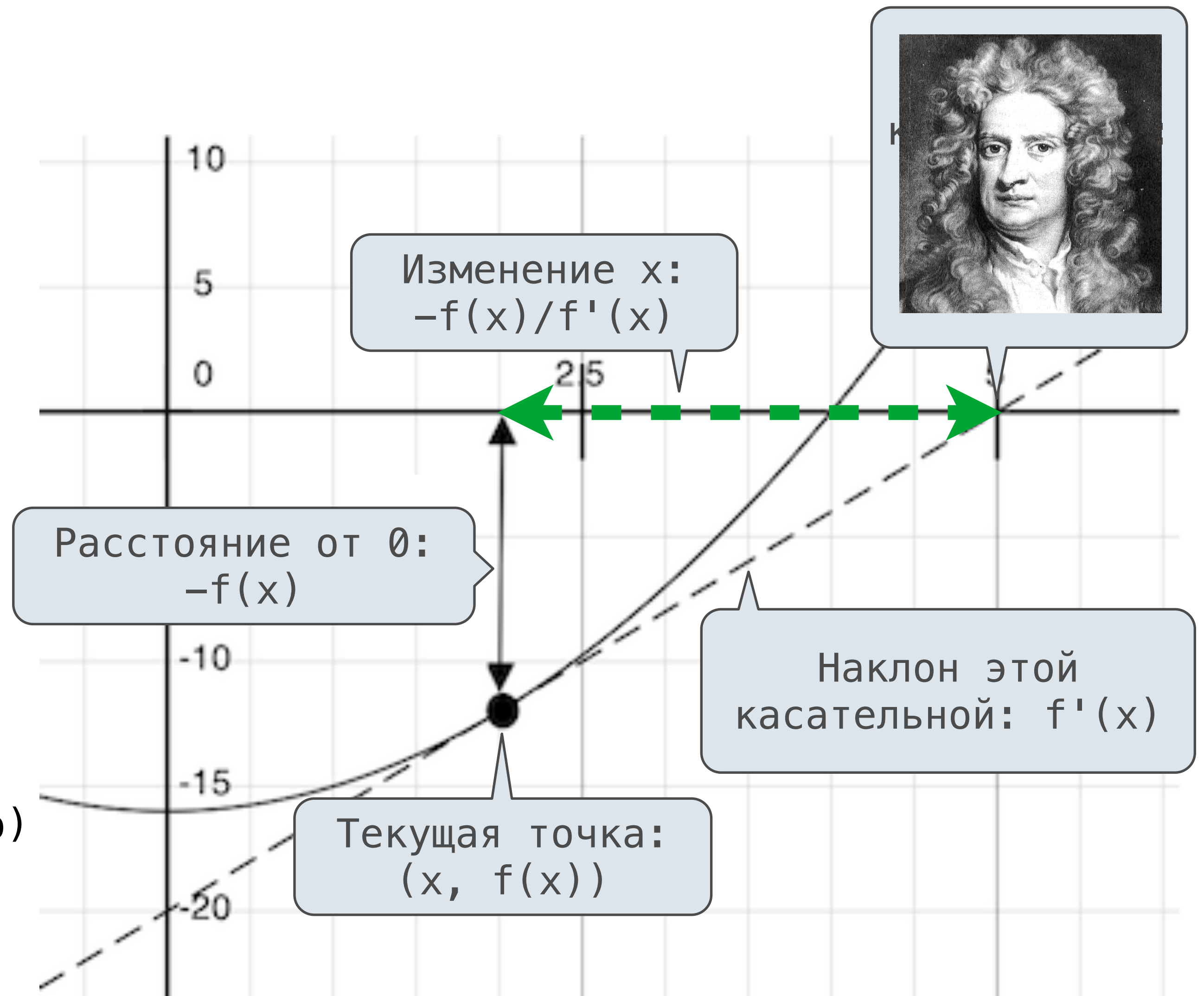
Итеративно «улучшаем» x :

Вычисляется значение f
в точке x : $f(x)$

Вычисляется значение
производной функции f
в точке x : $f'(x)$

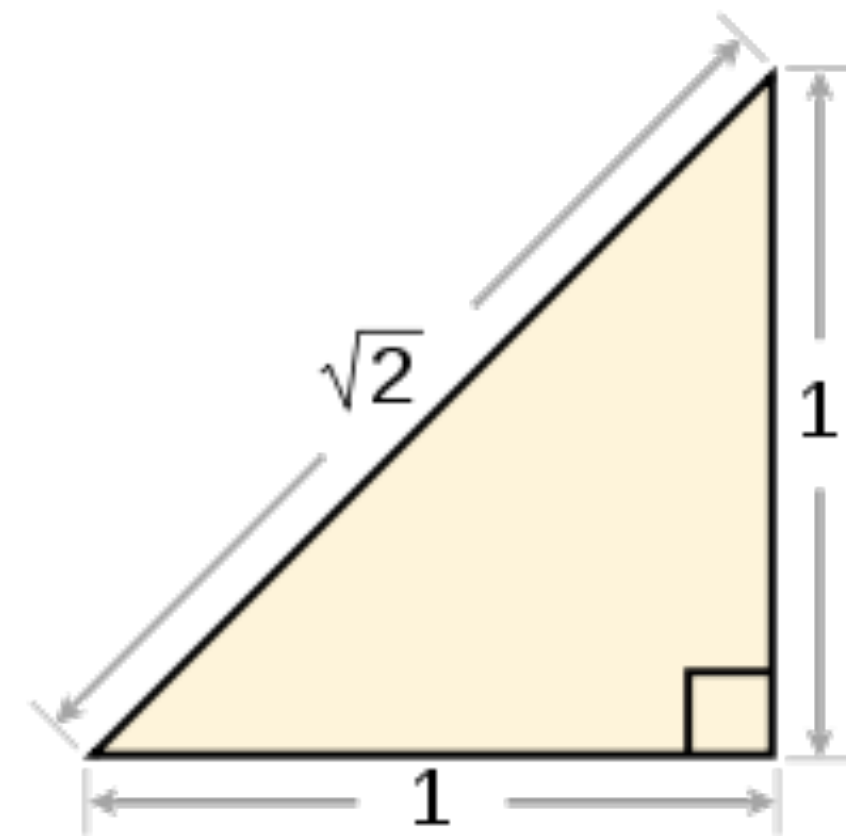
Приближение x
изменяется на: $x - \frac{f(x)}{f'(x)}$

Останов, если $f(x) = 0$ (или приблизительно)



Использование метода Ньютона

Как найти квадратный корень из 2?

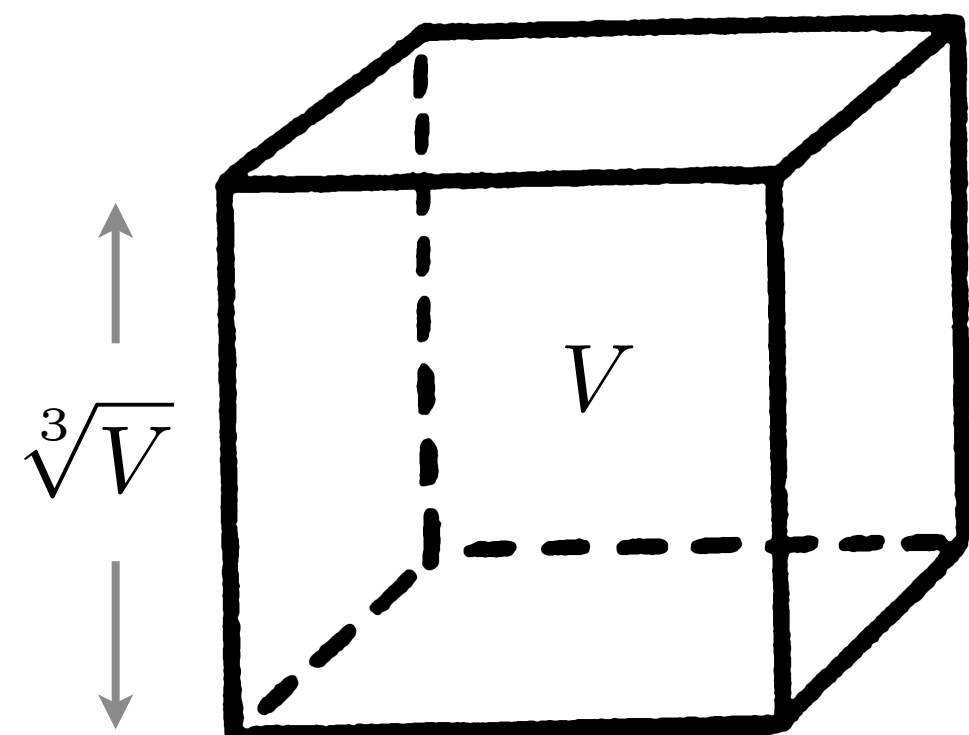


```
>>> f = lambda x: x*x - 2
>>> df = lambda x: 2*x
>>> find_zero(f, df)
1.4142135623730951
```

$$f(x) = x^2 - 2$$
$$f'(x) = 2x$$

Применяет метод Ньютона

Как найти кубический корень из 729?



```
>>> g = lambda x: x*x*x - 729
>>> dg = lambda x: 3*x*x
>>> find_zero(g, dg)
9.0
```

$$g(x) = x^3 - 729$$
$$g'(x) = 3x^2$$

Итеративное приближение

Частный случай: квадратные корни

Как вычислить квадратный корень из a , то есть $\text{square_root}(a)$?

Идея: Итеративно приближать x к квадратному корню из a

Изменение:
$$x = \frac{x + \frac{a}{x}}{2}$$

(Пример)

Вавилонский метод

Вопросы реализации:

С какого начального приближения стартовать?

Как понять когда остановиться?

Частный случай: кубические корни

Как вычислить кубический корень из a , то есть $\text{cube_root}(a)$?

Идея: Итеративно приближать x к кубическому корню из a

Изменение:

$$x = \frac{2 \cdot x + \frac{a}{x^2}}{3}$$

(Пример)

Вопросы реализации:

С какого начального приближения стартовать?

Как понять когда остановиться?

Реализация метода Ньютона

(Пример)